

3. ИМПУЛЬС ПЕН ЭНЕРГИЯНЫҢ САҚТАЛУ ЗАҢЫ

Теория

Есептерді шығару мысалдары мен әдістемелік нұсқаулар

Өз бетімен шығаруға арналған есептер

Теория

Механикалық жүйе – біртұтас ретінде қарастырылатын, материялық нүктелердің (денелердің) жиынтығы.

Ішкі күштер – механикалық жүйенің материялық нүктелер арасындағы өзара әрекеттесу күштері.

Сыртқы күштер – механикалық жүйенің материялық нүктелерге сыртқы денелердің тарапынан әсер ететін күштер.

Тұйық жүйе – сыртқы күштер әсер етпеген жағдайдағы денелердің механикалық жүйесі.

Массалары мен жылдамдықтары сәйкесінше m_1, m_2, \dots, m_n және $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ болатын n денелерден құрылатын механикалық жүйе қарастырылады.

Импульстің сақталу заңы. Уақыттың өтуімен тұйық жүйенің импульсі сақталады, яғни өзгермейді:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \vec{v}_i) = 0 \quad (3.1)$$

Бұл заң – табиғаттың іргелі заңы және әмбебап болып табылады. Импульстің сақталу заңы кеңістіктің біртектілігінің салдары болып табылады. Денелердің тұйық жүйесін кеңістікте параллель көшіргенде тұтас дене ретінде оның физикалық қасиеттері және қозғалыс заңдары өзгермейді, яғни инерциялық санақ жүйесі координаталардың бас нүктесін таңдаудан тәуелсіз.

Энергия – қозғалыс пен өзара әрекеттесудің әр түрлі формаларының әмбебап өлшемі.

Күш жұмысы – өзара әрекеттесуші денелер арасындағы энергия алмасу процесінің мөлшерлік сипаттамасы.

Дененің түзу сызықты қозғалыс бағытымен α бұрыш жасайтын F тұрақты күштің жұмысы күштің орын ауыстыру бағытына проекциясының күштің әсер ету нүктесінің орын ауыстыруына көбейтіндісіне тең (3.1-сурет):

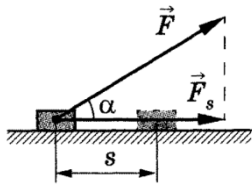
$$A = F_s S = FS \cos \alpha \quad (3.2)$$

\vec{F} күштің $d\vec{r}$ орын ауыстыруы кезіндегі элементар жұмысы (3.2 -сурет):

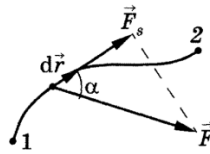
$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F \cos \alpha dS = F_s dS \quad (3.3)$$

Траекторияның 1-2 бөлігінде күштің жұмысы (3.3-сурет):

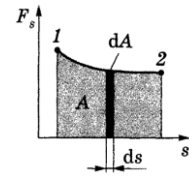
$$dA = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s dS \quad (3.4)$$



3.1 -сурет



3.2 -сурет



3.3 -сурет

Қуат – жұмыстың атқару жылдамдығын сипаттайтын физикалық шама:

$$N = \frac{dA}{dt} \quad (3.5)$$

\vec{F} күшпен дамытылған қуат күш векторының және жылдамдық векторының скаляр көбейтіндісіне тең:

$$N = \vec{F} \vec{v} \quad (3.6)$$

Консервативті күштер – денелердің бір орнынан екінші орынға орын ауыстыру кезінде атқарылған жұмысы оның қандай траектория бойынша бойынша жүретіндігінен тәуелсіз болатын, тек дененің бастапқы және соңғы орындарынан тәуелді болатын күштер.

Энергияның сақталу заңы. Денелер жүйесіне тек консервативті күштер әрекет ететін жағдайда толық механикалық энергия сақталады, яғни уақыт өтуімен өзгермейді.

$$W + U = E = \text{const} \quad (3.6)$$

Энергияның сақталу заңы – уақыттың біртектілігінің салдары болып табылады. Уақыттың біртектілігі физикалық заңдардың уақыттың санақ басын таңдауға қатысты инварианттылығынан көрінеді. Мысалы, ауырлық күштер өрісінде дененің еркін түсуі кезінде оның жылдамдығы мен жүрген жолы тек бастапқы жылдамдықтан және дененің еркін түсуі ұзақтылығынан ғана тәуелді, ал дене қай уақытта түсе бастағандығынан тәуелсіз болады.

Потенциалдық энергия - денелердің өзара әсерлесу күштерінің сипатын және өзара орналасуын сипаттайтын денелер жүйесінің механикалық энергиясы.

Серпімді деформацияланғанда дененің потенциалдық энергиясы:

$$U = \frac{kx^2}{2} \quad (3.7)$$

Жер бетінен h биіктікке көтерілген дененің (Жер-дене жүйесінде) потенциалдық энергиясы:

$$U = mgh \quad (3.8)$$

Кинетикалық энергия – жүйенің механикалық қозғалысының энергиясы.

Жылдамдықпен қозғалатын массасы дененің кинетикалық энергиясы:

$$W = \frac{mv^2}{2} \quad (3.9)$$

Кинетикалық энергия әрқашан оң, әр түрлі инерциалдық жүйелерді бірдей емес, жүй күйінің функциясы болып табылады.

Есептерді шығару мысалдары мен әдістемелік нұсқаулар

3.1. Нақты шамасының $1/8$ құрайтын тікұшақ моделі қуаты 50 Вт қозғалтқышпен ауада ұсталады. Шын тікұшақ үшін қозғалтқыштың қуаты қандай болуы керек? Модельде шын тікұшақтағы сияқты материалдар қолданылған.

Шешімі: Тікұшақ винтпен серпілетін ауа ағының реактивті күшпен ауада ұсталады.

Егер ауаның тығыздығы ρ болса, онда винтпен ұсталатынатын аудан S және ауа ағының жылдамдығы v болса, онда Δt уақыт ішіндегі серпілген ауаның массасы келесіге тең:

$$\Delta m = \rho S v \Delta t \quad (3.1.1)$$

Бұл кезде ауа импульсінің өзгерісі:

$$\Delta(mv) = \Delta mv = \rho S v^2 \Delta t \quad (3.1.2)$$

Винттің ауаға әсер ету күші мынаған тең:

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = \rho S v^2 \quad (3.1.3)$$

Осыған сәйкес ауа винтке келесі күшпен әсер етеді:

$$\rho S v^2 = Mg \quad (3.1.4)$$

мұндағы M – тікұшақ массасы. Мұндай ауа ағынын құру үшін тікұшақ мынадай қуатқа ие болуы қажет:

$$N = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta mv^2}{2\Delta t} \quad (3.1.5)$$

Осыдан

$$N = \frac{\Delta mv^2}{2\Delta t} = \frac{1}{2} \rho S v^3 \quad (3.1.6)$$

(3.1.4) теңдеуден шығатыны:

$$v = \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}} \quad (3.1.7)$$

Сондықтан

$$N = \frac{1}{2} Mg \sqrt{\frac{Mg}{\rho S}} \quad (3.1.8)$$

Тікұшақ массасы L^3 –ке пропорционал, $S \sim L^2, N \sim L^{7/2}$. мұндағы L –тікұшақтың сызықтық өлшемі.

$$\frac{N}{N_{\text{модель}}} = \left(\frac{L}{L_{\text{модель}}} \right)^{7/2} = 8^{7/2}$$

$$N = N_{\text{модель}} \cdot 8^{7/2} \approx 72,4 \text{ кВт}.$$

3.2. Массасы $m = 0,1$ кг бақа массасы $M = 1$ кг және ұзындығы 2 м тақтайшаның шетінде отыр. Тақтайша суда жүзіп жүр. Бақа тақтайшаның бойымен көкжиекпен $\alpha = 45^\circ$ бұрыш жасай бастапқы $v = 4$ м/с жылдамдықпен секіреді. Тақтайшаның қарама-қарсы шетіне түсу үшін, бақа қандай ара-қашықтыққа секіру керек? Бақаның секіргеннен кейінгі моменттегі тақтайшаның жылдамдығын анықтаңыздар. Судағы тақтайшаның қозғалысына кедергі күші жылдамдыққа пропорционал: $R = kv$, мұндағы $k = 1$ кг/с.

Шешімі: Бақа тақтайшаның шетіне ұшып түсу үшін тақтайшаның ұзындығынан кем ара-қашықтыққа секіру керек, себебі бақа импульсінің горизонталь құраушысы тақтайшаға секіріске қарама-қайшы бағытталған u жылдамдық береді. Тақтайшаның бастапқы жылдамдығын «бақа-тақтайша» жүйесінің импульстің сақталу заңы бойынша анықтаймыз (тақтайшаның қозғалыс бағытына проекцияларында):

$$u_0 = \frac{mv \cos \alpha}{M}$$

Тақтайшаның жылдамдығының уақыттан тәуелділігін анықтайық. Ол үшін судың кедергі күшін ескеруіміз керек. Ox осіне проекцияларында Ньютонның екінші заңы келесі түрде болады:

$$kv = M \frac{du}{dt}, \Rightarrow \frac{k}{M} dt = \frac{du}{u} \Rightarrow \frac{k}{M} \int_0^{t_m} dt = \int_{u_0}^u \frac{du}{u}$$

Осыдан

$$u = u_0 e^{\frac{kt_m}{M}}$$

мұндағы t_m – бақаның ұшу уақыты, оны кинематикалық теңдеулерден анықтауға болады, ұшу параболалық траектория бойынша жүреді:

$$t_m = \frac{2v \sin \alpha}{g}$$

Тақтайша жылдамдығының шамасын анықтаймыз:

$$u = \frac{mv \cos \alpha}{M} \exp\left(-\frac{2kv \sin \alpha}{Mg}\right) \cong 0,16 \text{ м/с}.$$

Су бойымен тақтайшаның орын ауыстыруы $a = kv/m$ үдеумен бірқалыпты кемімелі болады, сондықтан бақаның ұшу уақыты ішінде оның ығысуы келесіге тең болады:

$$x_1 = \frac{at_m^2}{2} = \frac{kv}{2m} \cdot \frac{4v^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{2kv^3 \sin^2 \alpha}{mg^2} \cong 0,64 \text{ м}$$

Бақаның ұшу алшақтығы келесі түрде анықталады:

$$x_m = L - x_1 \approx 1,36 \text{ м.}$$

3.3. Сүңгуір қайықтың қозғалтқышы P қуат дамытады. Оның жылдамдығы u . Қозғалтқышты сөндіру нүктесінен қандай S ара-қашықтықта тоқтайтынын анықтаңыздар. Қайықтың қозғалысына кедергі күші оның жылдамдығына пропорционал. Қайықтың массасы M . Қайықтың бату тереңдігі жолдың бүкіл бойында өзгермейді деп есептеңіздер.

Шешімі: Есепті шығару үшін Ньютонның екінші заңын қолданамыз:

$$ma = -\alpha v \quad \text{немесе} \quad m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v$$

Бұл екендігін $v \Delta t = \Delta S$ ескерсек, онда

$$m \Delta v = -\alpha \cdot \Delta S$$

немесе формуланың соңғы түрі

$$m u = \alpha S_0$$

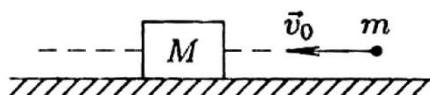
α шамасы бастапқы шарттардан анықталады:

$$P = F \cdot u = \alpha \cdot u^2$$

Осыдан $\alpha = \frac{P}{u^2}$ анықтап, жүрілген жолды анықтаймыз:

$$S_0 = \frac{m u}{\alpha} = \frac{m u^3}{P}.$$

3.4. Массасы m және меншікті жылу сыйымдылығы c болатын оқ v_0 жылдамдықпен қозғалып, массасы M ($M \gg m$) және төмен жылуөткізгіштікке ие кесекті тесіп өтеді (3.1-сурет). Содан кейін кесек бет бойынша u жылдамдықпен сырғана бастайды. Оқтың температурасының өзгерісін анықтаңыздар.



3.1-сурет.

Шешімі: Оқтың кесектің ішін тесіп өтуі оның ішкі құрылымының бұзылуын және «оқ-кесек» жүйесінің қыздырылуымен байланысты. Бұл серпімдік соқтығысу мысалы болып табылады. Q - «оқ-кесек» жүйесінің ішкі энергиясына түрленетін оқтың бастапқы кинетикалық энергиясының бір бөлігі. Кесек материалын бұзуы бойынша жұмысты ескермесек, онда Q - жүйеде бөлінетін жылу мөлшері. Кесек материалының жылуөткізгіштігі оқпен салыстырандағы аз болуы салдарынан, бұл жылу толығымен оқтың ішінде бөлінеді, сондықтан бұл жағдайда оның температурасының өзгеруі келесі катынастан анықталады:

$$\Delta T = \frac{Q}{cm}$$

Q үшін өрнек энергияның сақталу заңынан

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v'^2}{2} + \frac{M u^2}{2} + Q$$

және импульстің сақталу заңынан анықтаймыз:

$$mv_0 = mv' + Mu$$

Мұндағы v' - кесектен ұшып шыққан оқтың жылдамдығы. Соңғы теңдіктен v' - ны тауып, теңдеугі салсақ, онда

$$Q = Mu \left(v_0 - \frac{u}{2} \left(1 + \frac{M}{m} \right) \right)$$

Осыдан

$$\Delta T = \frac{Mu}{cm} \left(v_0 - \frac{u}{2} \left(1 + \frac{M}{m} \right) \right).$$

3.5. Теннис добының үстіне $H=4$ м биіктіктен кірпіш құлайды. Соқтығысуды абсолютті серпімді деп есептеп, доптың қандай максималды биіктікке ұшатынын анықтаңыздар. Кірпіштің массасы доптың массасынын айтарлықтай үлкен деп есептеңіздер.

Шешімі. Есепті шығару үшін кірпіштің кері серпілісін қарастырайық. Допқа тию моментінде кірпіш кейбір v_0 жылдамдыққа ие болады, ал доп деформацияланбаған. Содан кейін доптың серпімді деформациясы және кірпіштің тежелуі басталады. Уақыттың кейбір моментінде доптың деформациясы максималды, ал кірпіш тоқтайды, одан кейін доп «жазыла бастайды» (өзінің бастапқы пішіне қайтып оралады), ал кірпіш жоғары қозғала бастайды. Кірпіштің допқа тию моментінен және оның доптан ажырау моментіне дейін кірпіш пен еденнің ортасында орналасқан доптың массалар центрі кірпіштің жылдамдығынан екі есе кем жылдамдықпен қозғалады. Осыны ескере отырып, энергияның сақталу заңын жазайық:

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mv^2}{8}$$

мұндағы M және m – сәйкесті кірпіш пен доптың массалары, ал v – ажырау моментіндегі кірпіш жылдамдығы. Сонымен

$$v^2(4M + m) = 8MgH$$

Осыдан

$$v = \sqrt{\frac{8MgH}{4M + m}}$$

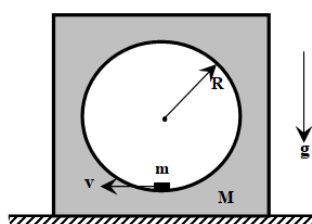
Доптың жылдамдығы $v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8MgH}{4M + m}}$, ал оның көтерілу биіктігі:

$$H_1 = \frac{MH}{4M + m}$$

Егер доптың массасы кірпіштің массасынан айтарлықтай аз екендігін ескерсек, онда

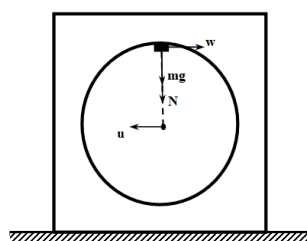
$$H_1 = \frac{H}{4} = 1 \text{ м.}$$

3.6. Дене - бұл ішіне R радиусты сфералық қуысы кесілген текше (3.2-сурет). Сфералық қуыстың ішінде төменгі нүктеде шайба орналасқан, оның геометриялық өлшемдерін ескермеуге болады. Қозғалыс кезінде текше үстелдің бетінен үзіліп кету үшін шайбаға берілетін минималды көлденең жылдамдықты табыңыздар (текше мен шайба массаларының барлық мүмкін қатынастары кезінде). Жүйеде үйкеліс жоқ. Текше мен шайба массаларының қандай қатынасы кезінде шайба жылдамдығы минималды мәнді қабылдайды?



3.2-сурет

Шешімі: Текшенің беттен үзілу моменті шайба үстіңгі жақтағы позицияны алған кезде басталатынын көру болады (3.3-сурет). Бұл кезде M массалы текшенің центрінің жылдамдығы u -ге тең болсын, ал w -текшеге қатысты m массалы шайбаның горизонталь бағыттағы жылдамдығы. Жүйеде үйкеліс болмағандықтан, көлденең горизонталь бағытта жүйенің толық импульсінің проекциясы сақталады:



3.3-сурет

$$mv = Mu + m(u - w), \quad (3.6.1)$$

Сондай-ақ энергияның сақталу заңы орындалады:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{m}{2}(u - w)^2 + 2mgR. \quad (3.6.2)$$

Текшемен байланысқан лездік санақ жүйесінде шайба R радиусты шеңбер бойымен w жылдамдықпен қозғалады және оның радиалды бағытта проекциядағы қозғалыс тендеуі келесідей болады:

$$N + mg = \frac{mw^2}{R}. \quad (3.6.3)$$

Текшені үстел жазықтығынан үзілу шарты Ньютонның үшінші заңына сәйкес:

$$N = Mg. \quad (3.6.4)$$

(3.6.1)-(3.6.4) теңдеулер жүйесін бірге шеше отырып, шайбаның жылдамдығын табамыз:

$$v = \sqrt{gR} \sqrt{5 + \frac{M}{m} + 4 \frac{m}{M}} \quad (3.6.5)$$

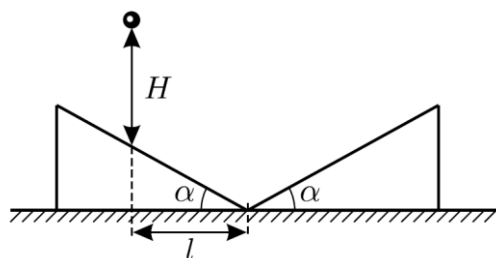
(3.6.5)-өрнегінен M/m бойынша дифференциалдау арқылы келесі қатынас кезінде минималды горизонталь жылдамдыққа ие болады:

$$M/m = 2 \quad (3.6.6)$$

және ол келесіге тең:

$$v_{\min} = 3\sqrt{gR}. \quad (3.6.7)$$

3.7. Кішкентай доп бастапқы жылдамдықсыз H биіктігінен екі бекітілген сына жүйесінің үстіне түседі, сыналардың жоғарғы қырлары горизонтпен α бұрыштарды құрайды (3.4-сурет). Доптың құлау орны сыналардың жанау сызығынан горизонталь бойынша l ара-қашықтықта орналасқан. Сыналарда үш серпімді соққыдан кейін, доп қайтадан сол биіктікке көтеріледі. Доптың мүмкін болатын траекториялар түрлерін көрсетіңіз және қарапайым жағдай үшін H биіктігін есептеңіздер.



3.4-сурет

Шешімі: Траекториялардың үш түрі мүмкін:

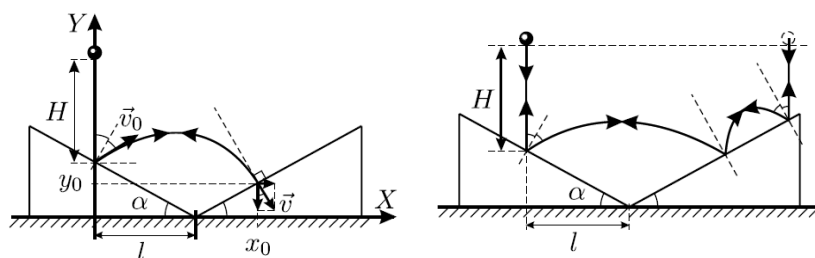
1) Екінші сынадан шағылғаннан кейін бірінші сынамен бастапқы соқтығысу нүктесіне қайта оралуы (3.5а-сурет);

2-3) басқа сына үстінен сол биіктікке көтерілуі (3.5ә-сурет).

Бірінші жағдай үшін есептеулер екінші немесе үшінші жағдайға қарағанда оңай.

Координаталардың осьтерін 3.5а-суретте көрсетілгендей орналастырайық. Бірінші соқтығысудан кейін доптың жылдамдығы модулі бойынша келесіге тең:

$$v_0 = \sqrt{2gH}$$



Бірінші және екінші соқтығысулар арасындағы доптың координаталық осьтер бойындағы қозғалыс заңдары:

$$x = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \cdot t \quad (3.7.1)$$

$$y = l \operatorname{tg} \alpha + v_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (3.7.2)$$

мұндағы t уақыты бірінші соқтығысу моментінен бастап есептеледі. Доп екінші жазықтыққа координаталары (x_0, y_0) нүктеге соғылды. Олар бір-бірімен келесі байланыста:

$$y = (x_0 - l) \operatorname{tg} \alpha \quad (3.7.3)$$

Екінші соқтығысудан кейін доп бұрынғы траекториясы бойымен бірінші сынаға қайтып оралатындықтан, соқтығысудың алдында жылдамдықтың векторы екінші сынаның жазықтығына нормаль бағытталған. Сонымен, бұл момент үшін доптың жылдамдығының құраушылары үшін келесі қатынас дұрыс:

$$\frac{v_y}{v_x} = -\operatorname{ctg} \alpha \quad (3.7.4)$$

(3.7.4) теңдеудегі «минус» таңбасы координаталық осьтердің таңдалған бағыттарында соқтығысудың алдында v_y жылдамдығының құраушысы теріс болғандықтан пайда болады. Бірінші және екінші соқтығысулар арасындағы v_x және v_y құраушылары келесі формулалармен өрнектеледі:

$$v_x = v_0 \sin 2\alpha, \quad v_y = v_0 \cos 2\alpha - gt \quad (3.7.5)$$

Доптың екінші сынамен соқтығысу t_0 уақытын (3.7.1) – теңдеуден анықтаймыз:

$$t_0 = \frac{x_0}{v_0 \sin 2\alpha}$$

(3.7.5)-өрнекті (3.7.4)-теңдеуге қойып, t_0 үшін теңдеуді ескеріп, келесіні аламыз:

$$x_0 = \frac{v_0^2}{g} \sin^2 2\alpha (\operatorname{ctg} 2\alpha + \operatorname{ctg} \alpha)$$

(3.7.2) және (3.7.3) теңдеулерден:

$$y_0 = (x_0 - l) \operatorname{tg} \alpha = l \operatorname{tg} \alpha + x_0 \operatorname{ctg} 2\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \sin^2 2\alpha}$$

Соңғы қатынаста тапқан x_0 -ті қойып, $v_0^2 / g = 2H$ ескеріп, келесіні аламыз:

$$H = \frac{2l \operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 2\alpha (\operatorname{ctg} 2\alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(\operatorname{ctg} \alpha + 2\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha)} =$$

$$= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^2}{(3 - \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 + 5\operatorname{tg}^2 \alpha)} \cdot l$$

Алынған формула есептің шешімінің $\operatorname{tg} \alpha < \sqrt{3}$ кезінде, яғни $\alpha < \pi/3$ кезінде бар болатындығын көрсетеді.

3.8. Егер алтын атомдары 10^{-17} Дж энергиямен ұшып, қабырғаға $0,1 \text{ Н/м}^2$ қысым түсірсе, онда алтынмен қабырғаны тозаңдату кезінде жабындының қалыңдығы қандай жылдамдықпен өседі? Алтынның тығыздығы 19300 кг/м^3 .

Шешімі: Қабаттың қалыңдығы l болсын, онда жабындының өсу жылдамдығы $\frac{l}{t}$ деп өрнектеледі. Бұл кезде m арқылы алтынның бір молекуласының массасын, ал M арқылы бүкіл молекулалардың массасын белгілейміз.

Массаның жылдамдыққа көбейтіндісі қозғалыс мөлшері, ал күштің уақыт бойынша туындысы — күш импульсі екендігі белгілі. Онда

$$Mv = Ft.$$

Бөлініп шыққан заттың массасы

$$M = lS\rho.$$

мұндағы l — қабаттың қалыңдығы; S — қабырғаның беті; ρ — алтынның тығыздығы.

Алтын атомдарының түсіретін қысымы:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Бұл өрнекке F -тің мәнін қойсақ:

$$p = \frac{l}{t} \rho v,$$

аламыз, мұндағы v — алтын атомдарының жылдамдығы. формуладан табылған, оны

$E_k = \frac{mv^2}{2}$ формуладан анықтаймыз.

Осыдан

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}.$$

Алтын атомының массасын анықтаймыз. Алтынның атомдық салмағы $A=197$, және Авогадро заңы бойынша әрбір килограмм-мольде $N=6,025 \cdot 10^{28}$ атом бар. Демек, бір атомның массасы

$$m = \frac{A}{N}.$$

Сонымен, $v = \sqrt{\frac{2E_k N}{A}}$.

$p = \frac{l}{t} \rho v$ теңдеуіне v мәнін қойып, біз тозаңдатудың жылдамдығын аламыз:

$$\frac{l}{t} = \frac{p}{\rho} \sqrt{\frac{A}{2E_k N}} = 6,625 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}.$$

3.9. Массасы m бөлшек тыныштықта тұрған массасы M бөлшектердің маңдайлық серпімді соқтығысады. Мұндай соқтығысудағы бөлшектердің энергия шығынын есептеңіздер.

Шешімі: Бірінші бөлшектің бастапқы жылдамдығын \vec{v}_0 , ал оның соқтығысудан кейінгі \vec{v} жылдамдығын, екінші бөлшектің соқтығысудан кейінгі жылдамдығын \vec{u} деп белгілейік. Ондай импульс мен энергияның сақталу заңдарының негізінде келесіні аламыз:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} M u^2 + \frac{1}{2} m v^2, \quad (3.9.1)$$

$$m \vec{v}_0 = M \vec{u} + m \vec{v}. \quad (3.9.2)$$

(3.9.2)-теңдеуден маңдайлық соқтығысу үшін

$$m v_0 = M u + m v, \quad \text{немесе} \quad m v_0 = M u - m v, \quad (3.9.3)$$

$k = \frac{M}{m}$ болсын. Ондай (3.9.1)-теңдеуден шығатыны:

$$v_0^2 - v^2 = k u^2 \quad (3.9.4)$$

Ал (3.9.3)-теңдеуден

$$v_0 - v = k u, \quad \text{немесе} \quad v_0 + v = k u, \quad (3.9.5)$$

Ал (3.9.4)-теңдеуден

$$(v_0 - v)(v_0 + v) = k u^2 \quad (3.9.6)$$

(3.9.5) және (3.9.6) теңдеулерден:

$$ku(v_0 + v) = ku^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 + v = u \quad (3.9.7)$$

$$ku(v_0 - v) = ku^2 \quad \Rightarrow \quad v_0 - v = u \quad (3.9.8)$$

(3.9.6)-(3.9.8) теңдеулердің біріктіріп шығарсақ, келесіні аламыз:

$$2v_0 = (k+1)u$$

Осыдан

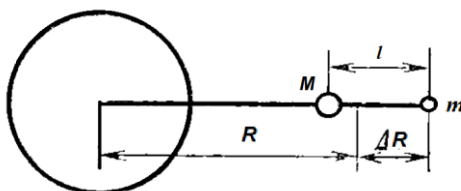
$$u = \frac{2v_0}{(k+1)}, \quad E = \frac{Mu^2}{2} = 4k \frac{mv_0^2}{2} \frac{1}{(k+1)^2},$$

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2}, \quad E = E_0 \frac{4k}{(k+1)^2}$$

$k_0 \rightarrow 0$ және $k_0 \rightarrow \infty$ кезінде $E \rightarrow 0$, $k_0 = 1$ кезінде $E = E_0$ болады.

3.10. Жер маңында дөңгелектік орбита бойымен Жер серігінің айналуы кезінде массасы m ғарышкер массасы M серікпен ұзындығы l арнайы жіппен байланысқан ($m \ll M$). Жіптің ең максималды F керілу күшін анықтаңыздар.

Шешімі: Егер ғарышкер мен Жер серігі бір орбитаның бойымен қозғалса, онда жіптің керілу күші $F=0$. Егер ғарышкер, серік және Жер центрі бір түзу бойында жатса, онда бұл күш максималды болады (3.6-сурет).



3.6 - сурет.

Серік-ғарышкер жүйесінің Жер маңында T айналу периоды бұл жүйенің массалар центрінің орбитасының R орбитасымен келесі қатынаспен байланысты:

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = G \frac{M_{\text{ж}}}{R^2} \quad (3.10.1)$$

мұндағы $M_{\text{ж}}$ - Жердің массасы. Радиусы $R + \Delta R$ орбитада ғарышкерді ұстап тұру үшін келесі шарттан анықталатын қосымша F күші қажет:

$$\frac{4\pi^2 (R + \Delta R)}{T^2} = G \frac{M_{\text{ж}}}{(R + \Delta R)^2} + \frac{F}{m} \quad (3.10.2)$$

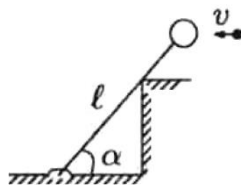
Осыдан $(\Delta R / R)^2$ реттілікті мүшеге дейінгі дәлдікпен анықтаймыз:

$$F \approx \frac{3GM_{\text{ж}}m\Delta R}{R^3} \approx \frac{3mg\Delta R}{R} \approx \frac{3mgl}{R} \quad (3.10.3)$$

Өз бетімен шығаруға арналған есептер

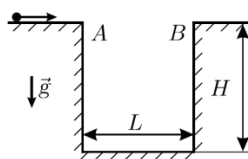
3.11. Ауадағы қозғалыс кезінде футбол добына оның жылдамдығының квадратына пропорционал болатын кедергі күш әрекет етеді. Футболшы соққысының алдында доп ауада горизонталь 20 м/с жылдамдықпен және 13 м/с^2 үдеумен қозғалады. Соққыдан кейін доп вертикаль жоғары 10 м/с жылдамдықпен ұшты. Соққыдан кейін доптың үдеуін анықтаңыздар.

3.12. Ұзындығы l жеңіл созылмайтын өзекше бір ұшымен шарнирлі түрде массивті тірекке бекітілген және горизонтпен $\alpha = 30^\circ$ бұрыш жасай оның шығыңқы жеріне сүйенеді. Өзекшенің екінші ұшына массасы m шарик бекітілген (3.7-сурет). Горизонталь ұшып келе жатқан оқ шарикке тиіп, оның ішінде тұрып қалады. Оқтың қандай жылдамдығы кезінде өзекше аударылып кетеді. Шарик пен оқтың массалары бірдей деп есептеңіздер.



3.7-сурет.

3.13. Серпімді доп ені L және тереңдігі H тікбұрышты шұңқырдың қарама-қарсы B жиегіне дәл жету үшін A жиегіне қандай жылдамдықпен жақындауы керек (3.8-сурет)? Шұңқырдың қабырғалары мен түбі абсолют тегіс, энергия шығындары жоқ.



3.8-сурет

3.14. Қозғалатын шардың тыныштық тұрған шарға абсолютті серпімді маңдайлық емес соқтығысу нәтижесінде шарлар 90° бұрыш жасай ұшатыны белгілі. Екі бірдей қозғалатын шарлардың абсолютті серпімді маңдайлық емес соқтығысудан кейін шарлардың біреуі тоқтайтын шарттарды табыңыздар.

3.15. Ұзындығы l салмақсыз өзекшенің екі ұшында бірдей шариктер бекітіліп орналасқан. Өзекшені вертикаль қойып, кейін жібере салады. Жазықтық пен төменгі шариктің арасында үйкеліс жоқ деп есептеп, жоғары шариктің горизонталь бетпен соқтығысу кезіндегі жылдамдығын анықтаңыздар.

3.16. Массасы m және қуаты N автомобиль жолдың горизонталь аймағы бойымен қозғалады. Үйкеліс коэффициенті μ . Қандай минималды уақыт аралығы ішінде автомобильдің жылдамдығы u мәнге дейін артады?

3.17. Массасы M зымыран массасы m газдарды шығару есебінен үдемелі қозғалады ($M \gg m$). Егер зымыран бастапқы кезде тыныштық күйде болса, онда ол массасы m газдарды шығару кезінде 10^4 Дж кинетикалық энергияға ие болады. Егер зымыран 10^{10} Дж кинетикалық энергиямен қозғалса, онда қозғалтқыштардың дәл сондай жұмыс істеуі кезінде оның кинетикалық энергиясы қалай өзгереді?

3.18. Тегіс горизонталь бетте массасы M және радиусы R құрсау (обруч) жатыр. Құрсауда массасы m қоңыз отыр. Егер қоңыз құрсау бойымен жорғалап қозғала бастаса, онда қоңыз мен құрсаудың центрі қандай траекториялар бойынша қозғалады?

3.19. Дене радиусы R тегіс жартылай сфера төбесінен v_0 горизонталь жылдамдықпен қозғала бастайды. Қандай биіктікте ол беттен ажырайды?

3.20. Идеал серпімді шар ауырлық күшінің біртекті өрісінде жоғары және төмен қозғалады, яғни еденнен серпімді соқтығысу заңдары бойынша шағылады. Оның кинетикалық және потенциалдық энергияларының уақыт бойынша орташа мәндері арасындағы байланысты анықтаңыздар.